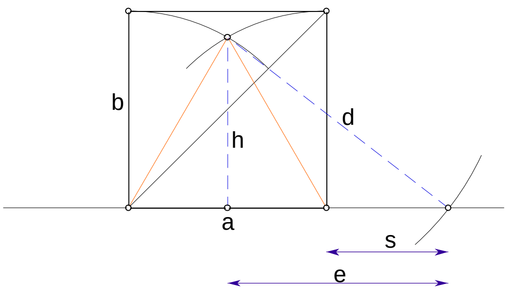
KONSTRUKTION DES REGULAEREN FUENFECKS NUR MIT DEM ZIRKEL

EINE MASCHERONI-KONSTRUKTION VARIANTE NR. 2

Die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a = 2 als eine Kathete und die Diagonale eines Quadrats mit derselben Seitenlänge als Hypotenuse ergibt ein rechtwinkliges Dreieck mit den Seitenproportionen $\sqrt{3}/\sqrt{5}\sqrt{8}$.

Also ist $e=\sqrt{5}$ und demnach $s=\sqrt{5}-1$. Weil a = 2, so gilt $\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\tau$



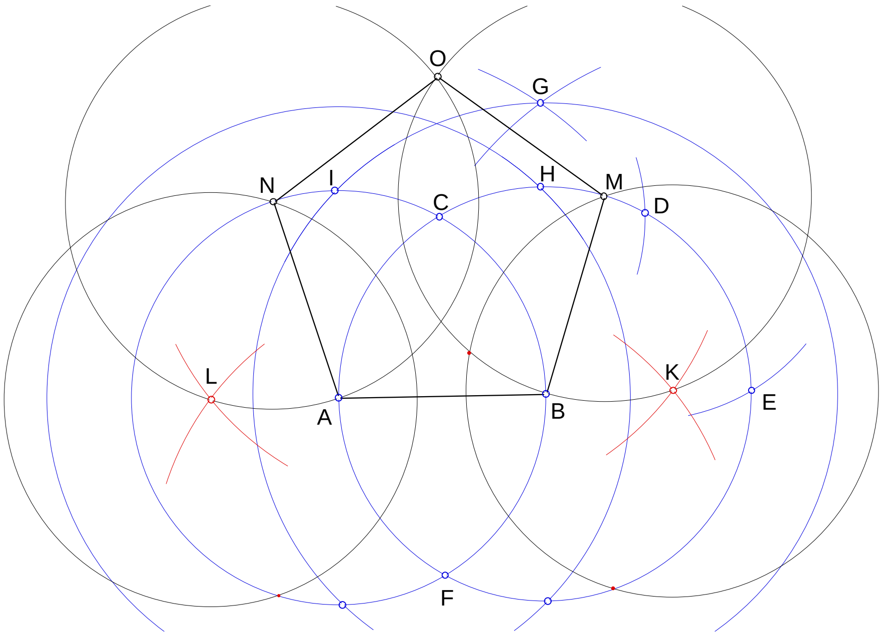
Figur 1

Diese erstaunliche Tatsache gilt nicht nur für das Quadrat mit dem gleichseitigen Dreieck, sondern für alle beliebigen Rechtecke mit ihren gleichschenkligen Dreiecken, welche wie in Figur 1 durch herunterschlagen mit dem Zirkel der beiden Rechteckseiten gewonnen werden. Diese Methode ermöglicht nicht nur eine äusserst einfache Konstruktion der Verlängerung einer Strecke im Goldenen Schnitt, sondern auch eine Mascheroni-Konstruktion des regulären Fünfecks. Im Aufsatz des Verfassers „Die verschwundene Seite“ [AH] ist die Methode ausführlich beschrieben und bewiesen.

Konstruktion:

Zunächst gilt es, ein Quadrat zu konstruieren. Dazu wird eine Methode verwendet, welche Mascheroni selbst zuggerechnet wird [OB].
Schlage zwei periphere Kreise um A und B. Du erhältst die Punkte C und F.
Schlage den Kreis um C und du erhältst D und nochmals den Kreis um D und dies ergibt E.
Nun nehme CF in den Zirkel und schlage von A und E aus je einen Bogen, wodurch Du den Schnittpunkt G erhältst.
Danach nehme BG in den Zirkel und trage von A und B aus je einen Kreisbogen auf die beiden ursprünglichen Kreise. Du erhältst I und H.
ABHI ist ein Quadrat.
Das war die Vorbereitung und nun geht’s um den Goldenen Schnitt:

Nehme AH oder BI in den Zirkel und zeichne von C und F aus je einen Kreisbogen, welche sich in K und L schneiden. BK resp. AL ist die Verlängerung der Strecke AB im Goldenen Schnitt.
Nun schlage je einen Kreis mit dem Radius AB um K und L und Du erhältst auf den beiden ersten Kreisen die Schnittpunkte M und N. Diese sind die dritte und vierte Ecke des Fünfecks.
Es bleibt nur noch je einen Kreis mit demselben Radius um M und N zu schlagen und die letzte Ecke O zu finden.
ABMON ist ein reguläres Fünfeck, konstruiert nur mit dem Zirkel.



Figur 2

Die Vorbereitung, d.h. die Konstruktion des Quadrats ist in Fig. 2 blau, der Goldene Schnitt rot und der Rest schwarz gezeichnet.

Alfred Hoehn
Basel, im Mai 2003

[AH] http://www.alfredhoehn.ch/Texte_Index.htm
[OB] http://www.oliver-bieri.ch/mascheroni/mascheroni.htm